发件人: «经济学»(季刊)编辑部
收件人: 肖筱林(Sylvia Xiao)
主题: 稿件录用通知单2022-00054
日期: 2022年9月15日 8:48:09
附件: 作者提交刊用稿说明.docx
zzcbcns.docx

论文题目:央行数字货币发行对商业银行的影响研究
论文编号:2022-00054

«经济学»(季刊)稿件录用通知

尊敬的肖筱林博士:

您好!

您的论文经过匿名审稿人的评审,本刊决定予以采用。请您在作者中心版权转让协议栏目下载"作者出版承诺书",认真阅读后签字扫描并同论文定稿的word版一起打包从投稿系统返回编辑部。

请注意,论文定稿务必严格按照读者中心"作者提交刊用稿的说明"中的体例要求逐一检查并修改合规后再返回,尤其是全文长度必须在15000字以内,以免后期编辑反复退改导致不必要的延误或版本错误。

论文出版后编辑部会快递给您两本期刊和30本单印本。若需更多数量请按文后邮件签名处提供的方式购买。

祝贺您投稿成功并感谢您对«经济学»(季刊)的支持!

****

«经济学»(季刊)编辑部

地址:北京市海淀区 北京大学中国经济研究中心«经济学»(季刊)编辑部
邮编:100871
电话:(010)62758908
Email:ceq@nsd.pku.edu.cn(preferred)
网址:https://ceq.ccer.pku.edu.cn

过刊检索:http://ccj.pku.edu.cn/jjx
在线投稿审稿:http://www.oaj.pku.edu.cn/Journalx_jjx
****
«经济学»(季刊)的宗旨是为中国经济学家的研究提供一个高水平的发表平台,为中国经济学界的交流提供一个聚焦点,为中国经济学科的发展走向世界铺路搭桥。
我们的信条是:用国际规范的方法,研究中国的本土经济现象;当中国成为世界上最大的经济之时,研究中国经济所取得的成就也就是世界级的成就。
投稿请登录在线投稿审稿系统,您可以随时登录系统查看稿件状态。

下载最新论文请访问中国知网,开放获取过刊请访问北京大学人文社科期刊网或国家哲学社会科学学术期刊数据库。
纸刊订阅:请联系全国非邮发报刊联合服务部。联订代号1778,订阅电话:(022) 23973378、(022) 23962479;订阅邮箱:wms@lhzd.com、lhzd2002@sina.com; 订阅时间:每年10月1日-12月31日订阅下一年度期刊。自2021年起每年1、3、5、7、9、11月底出版,每期定价58元,全年六期共348元。
单期购买:请访问北京大学出版社官方商城,或加北大书店微信号pkubookstore,或电话(010)62752015、(010)62757515购书。当期,过刊均有售。

公众号订阅:请微信搜索公众号“经济学季刊”。
2022-09-15

央行数字货币发行对商业银行的影响研究

肖筱林*

摘要 本文通过构建付息的央行数字货币（CBDC）的宏观模型，研究其发行对银行业和宏观经济的影响。当CBDC是唯一交易媒介时，实施负利率政策是可行的，利率上升并不必然导致金融脱媒；由于CBDC与银行存款是互补品，企业投资和银行贷款在利率上升时总体上倾向于增加。在现金和CBDC共存时，付息的CBDC和现金在准备金约束收紧时可以共存。本文的研究显示，央行数字货币设计的选择和银行业的市场结构，是理解CBDC发行影响宏观经济的关键性因素。

关键词 央行数字货币，商业银行，货币政策

JEL 分类号：E42，E50，E58

* 通讯作者：北京大学光华管理学院应用经济学系，邮编：100871；电话：010-62747616；Email: sylvia.xiao@gsm.pku.edu.cn。特别感谢董梅对本文建模的贡献与建议。感谢2019年《中国与世界经济》年会、2019年北大数字金融中心第四届学术年会、2019年南审“国际金融与贸易研讨会”、 2019中国金融科技年会、2019 AMES、2019 WAMS、 Midwest Macro Meetings Fall 2019等会议，以及加州大学-尔湾分校、澳洲国立大学和清华大学研讨会的参与者和讨论人，对于本文提出的各种建议和反馈。感谢《经济学（季刊）》的编辑和两位匿名审稿人，以及国家自然科学基金项目（编号：72073006）的资金支持。

一、引言

2008 年全球金融危机后，基于去中心化的区块链技术的比特币诞生，从一开始的不受关注到今日的价格高企、受众多个人和机构投资者追捧，转眼间已经十几年了。在此期间，基于区块链技术的私人加密货币如雨后春笋般涌现：截止 2021 年 12 月中旬，全球范围内已经出现八千多种私人加密货币，且数量还在不断增长；排在首位的是比特币，顶峰时市值高达一万亿美元[1]。以美国社交媒体巨头 Meta 为首的十几家企业，曾计划联合发行的 Libra（现已更名为 Diem 并被出售），以及 Tether (USDT)等新型加密货币——稳定币，则致力于解决比特币类型的加密货币存在的价格波动剧烈、缺少可靠资产作为备付金等缺点，更可能成为真正意义上的"货币"；自 2019 年起引起了各国央行和金融监管者的密切关注，也真正促使各国认真考虑发行自己的数字化法币，也称之为"央行数字货币"或"CBDC"（Central Bank Digital Currency）。2020 年初全球新冠疫情爆发，现金可能传染病毒的风险，进一步助推了各国研发和试点 CBDC 的进度。2022 年 5 月国际清算银行发布的报告显示，全球 90%的央行正在探索 CBDC，而超过半数的央行已经进入实质性的研发和试点阶段（Kosse and Mattei, 2022），CBDC 的时代即将来临。

中国正是上述国家中进行密集研发和试点的先锋，CBDC 在国内被称为数字人民币（最新英文代码是 e-CNY）。2019 年末至今我国已经在深圳、苏州、雄安、成都以及 2022 北京冬奥会等多个城市和场景进行了多轮密集试点，2022 年 1 月更在试点地区推出了 e-CNY 手机 APP。我国的数字人民币距离正式推出，呼之欲出。从前瞻性理论研究的视角，一旦某个国家发行央行数字货币，将对金融中介机构产生何种影响，对货币政策实施和实体经济又将产生何种影响，是事关金融稳定的重大问题，但目前国内很少有全面深入的研究。本文旨在填补这部分的学术研究空白，并力图解答如下问题：我们该如何设计 CBDC？跟现存的法币（纸币）相比，CBDC 的一大优势是可以付息。一旦引入付息的 CBDC，将对金融中介（商业银行）产生何种影响，对存款和贷款市场乃至对企业投资产生何种影响？CBDC 利率是否可以成为一种新的货币政策工具，甚至在必要时用来实施负利率政策？付息的 CBDC 在何种条件下可能与现金共存，而共存时又将对货币政策实施和企业投资产生何种影响？

为了回答上述问题，我们首先构建了 CBDC 作为唯一法币的基准模型，并详细建模刻画了存在摩擦的存款市场和存在摩擦的贷款市场。CBDC 作为唯一法币，主要用来刻画数字化法币彻底取代现金的未来情形。企业家持有 CBDC 形态的自有资金，可能有、也可能没有实体投资机会。如果没有（称之为 0 类型企业家），他们会将冗余的 CBDC 存放到银行；如果有（称之为 1 类型企业家），他们用 CBDC 作为首付款，在贷款市场申请银行贷款，进而购买实物资产、进行生产。在模型中，既然 CBDC 是付息的，很自然地，CBDC 利率可能成为一种新的货币政策工具。此外，模型中还刻画了两种传统的货币政策工具：一种是改变货币增长率（在稳态时等同于改变通货膨胀率或名义利率），另一种是改变法定存款准备金率。

基准模型的主要结果体现在两个方面。第一，CBDC 利率上升时，总体上有利于企业的实体投资。这跟 Andolfatto(2018)，Keister and Sanches (2021)和 Chiu et al.(2021)等现有研究发行 CBDC 对商业银行影响的文献的模型设定截然不同，结果也不尽相同。这几篇文献都将 CBDC 和银行存款设定为替代品。尤其在 Andolfatto(2018)和 Keister and Sanches(2021)中，基于替代品的设定，当 CBDC 利率上升时，将挤出银行存款，进而减少银行贷款和企业投资。Chiu et al.(2021)的结果则不尽相同：模型中 CBDC 和银行存款是替代品，但存款市场的不完全竞争使得 CBDC 利率上升可以限制商业银行的市场势力，从而促使银行提高存款利率以防止储户存款转向 CBDC；因此，CBDC 利率上升，最终使得存款和贷款都增加了。换句话说，在 Chiu et al.(2021)中，CBDC 利率充当了存款利率的下限。

本文的基准模型追随 Berentsen et al.(2007)的建模精神，同时受到我国数字人民币双层架构设计的启示，将 CBDC 和银行存款设为互补品。数字人民币的白皮书明确了其采用"双层架构"，

[1] 来源：CoinMarketCap

即央行作为第一层，通过参与运营的处于第二层的商业银行和相关机构，面向公众发放数字人民币并进行零售端交易结算(中国人民银行数字人民币工作组，2021)。而 2019 年末至今的试点，则清楚显示商业银行开发的数字人民币钱包，可以方便、快捷地实现银行存款与数字人民币之间的转换，二者之间更可能是互补品而不是替代品[2] 。以模型来说，每期初的投资冲击实质是一种"流动性冲击"，无投资机会的企业有了冗余资金，而商业银行作为中介，将这些资金分配给有投资机会从而需额外资金的企业。因此，冗余资金的存在与 CBDC"双层架构"的设计，使得 CBDC 和银行存款成为互补品，最终，CBDC 利率上升有助于增加银行存款以及增加企业投资。

第二，CBDC 利率有潜力充当新的货币政策工具，也可以用于实行负利率政策。近年来日本、欧元区和一些欧洲国家都出现了负利率，也因此，一种设想是，数字化形态的 CBDC 可以很方便地付息，甚至实行负利率。本文基准模型的一般均衡分析显示，存在着四种均衡，但在三种情况下我们都能较为清楚地显示改变 CBDC 利率对银行放贷和企业投资的影响。而且，均衡分析显示，我们可以用名义利率i和 CBDC 利率i_c之间的差额s_c来衡量持有 CBDC 的边际成本。显然，央行可以设置$i_c < 0$，实施负利率是完全可能的，毕竟真正起决定作用的是s_c这个"差额"。

为了研究现金和 CBDC 两种法币之间的相互影响，在扩展模型中我们加入了现金，并假设银行可以在存款市场吸收现金作为存款，但只能帮助企业家存储 CBDC，不能吸收 CBDC 作为存款并在此基础上发放贷款[3]。考虑这两种法币并存的情形，主要因为在现实中大多数国家尚未正式发行 CBDC，即使发行了，在初期也一般是 CBDC 和现金并存的局面。**扩展模型的一大结果是，当准备金约束收紧时，现金和付息的 CBDC 可以共存；**而在未收紧的情况下，现金和 CBDC 必须边际收益相同才能共存，即$i_c = 0$。在后一情形下，一旦 CBDC 支付正的利息，就会挤出现金；同样，一旦 CBDC 支付负的利息，现金就会挤出 CBDC。而在前一情形下，由于银行只能吸收现金作为存款，现金会提供额外的价值，也因此现金与付息的 CBDC 能够共存。**扩展模型的另一结果是，CBDC 利率上升对企业投资具有再分配效应：** 未获取银行融资的企业投资上升，而获取了银行融资的企业投资下降，对总投资的影响则不确定。这也可以解读为，CBDC 利率提供了一种"直达"的货币政策工具：当其上升时，那些无法获取银行信贷的企业（例如中小微企业），持有 CBDC 余额会上升，从而能帮助这部分企业扩张投资。

本文跟三个方向的文献研究相关。第一个方向是关于 CBDC 的研究，跟本文密切相关的，包括前文提及的 Andolfatto(2018)、Keister and Sanches (2021)、Chiu et al.(2021)，以及 Dong and Xiao (2022)。应该说，这几篇论文从不同角度研究 CBDC 发行对商业银行的影响，以及与此相关的对企业投资或总福利的影响。前文已经提及，本文跟前三篇论文的最大差别是，在基准模型中将 CBDC 和银行存款设置为互补品，而不是那些论文中的替代品设定。如前所述，本文建模中互补品的设定主要受到中国数字人民币试点及其设计的启发，也更加符合现实情况。与 Dong & Xiao(2022)相比，基本模型设定虽有相似之处，但本文的 CBDC 设计跟该文差别较大：其一，本文基准模型中商业银行可以获取付息的 CBDC， 而 Dong and Xiao(2022)中商业银行只能接受从 CBDC 转化而来的存款，但不能直接获取 CBDC；其二，本文扩展模型中商业银行能存储 CBDC 但只能接受现金作为存款，这一设定也跟后者差别较大；最后，本文建模中的存款和贷款市场的议价方式跟 Dong & Xiao(2022)不一样，聚焦的货币政策工具也不太一样。另外，

[2] 以处在第二层的试点银行之一——中国工商银行开发的数字人民币"智能兑换"和"组合支付"产品来说，前者可以支持资金从数字人民币钱包到工行账户的自动划转，所以个人或者企业以数字人民币接收的资金（例如工资或者销售货款），可以随时转换成银行存款；而后者则可以在客户使用数字人民币进行支付但数字钱包余额不足时，自动通过协议绑定的银行账户兑出不足部分的数字人民币，完成支付（来源：工行数字人民币钱包"常见问题"页面）。这两个具体的数字人民币产品，比较形象地展示了CBDC和银行存款可以作为互补品的交易场景。本文模型中研究的主要对象是企业，持有冗余资金的概率更高，平均持有金额也比个人更大，因此也更符合建模中企业将以CBDC形态持有的冗余资金转换成收益更高的银行存款的设定。

[3] 在Andolfatto(2018)中也采用了这种CBDC设计。特别要说明的是，我们采用这种设计，类似于一种"理论试验"，主要目的是为了研究现金与付息的CBDC共存的可能性。但是，这并不意味着该设计是两种法币共存的唯一可能。

本文还特别聚焦于CBDC利率能否成为一种新的货币政策工具以及能否实行负利率，这也是跟前三篇论文的不同之处[4]。肖筱林等（2022）对CBDC相关文献做了更详尽的述评，也可参阅[5]。

第二个方向是关于银行的文献。自从Diamond and Dyvbig（1983）这一关于银行的经典论文之后，涌现出众多关于银行的研究，在此只列出跟本文高度相关的文献。在本文的建模中，基于Berentsent et al. (2007)的精神，在流动性冲击之后，银行接受闲置资金作为存款，并向需要额外资金的代理人发放贷款。这也是使得银行存款和 CBDC 成为互补品的关键机制。但是，Berentsent et al.(2007)中的银行是完全竞争的，主要聚焦家户的资产组合问题，并未涉及实物资产和企业投资。本文则聚焦于公司金融的视角，实物资产和企业投资是建模中的关键要素，而且本文的银行业并非完全竞争性的，存款和贷款市场都存在摩擦，这些跟Berentsent et al.(2007)差别很大。本文中的摩擦性贷款市场，跟Rocheteau et al.(2018b)相似，但后者并没有本文刻画的摩擦性存款市场，也并未研究CBDC。

第三个方向是众多关于加密货币和区块链技术的文献，包括但不限于Abadi and Brunnermeier(2018)，Schilling and Uhlig(2018)，Dong et al.(2019)以及可参阅肖筱林等(2022)的相关述评。这些研究有助于深入理解加密货币与数字化法币之间的区别。

本文余下部分结构如下：第二部分是模型设定；第三部分是基准模型，CBDC是唯一法币，并求出存款和贷款市场均衡解，再解出一般均衡并作政策分析；第四部分是加入现金后的扩展模型，并作相关分析；最后部分讨论并总结。

二、模型设定

在模型中，时间离散且永续。每一期有三个阶段：第一阶段是一个去中心化的存款市场；第二阶段是一个去中心化的贷款市场，以及一个平行运作的完全竞争的资本市场；第三阶段则是一个中心化的市场（简称CM）。存在三种类型的代理人：企业家(e)，供应商(s)和商业银行（简称“银行”, b)。企业家的测度被标准化为“1”。在每期的开始，企业家会受到投资冲击：以$n > 1/2$的概率，企业家有投资机会，因而想要购买实物资产进行生产；以$1-n$的概率，企业家没有投资机会。我们分别将其称之为1和0类型的企业家，并在模型中以“1”和“0”作为下标来区分跟这两个类型企业家相关的变量。供应商主要是在资产市场提供实物资产。如同Rocheteau et al. (2018b)的设定，由于存在不变规模效应，供应商的测度并不重要。银行的测度也是为“1”，主要业务包括在存款市场吸收存款和在贷款市场发放贷款。我们还假定商业银行的股份由所有的企业家均等持有，相应地其利润也归全体企业家所有。

在基准模型的经济体中，CBDC是唯一的交易媒介。我们可以将其解读为CBDC全面取代现实中存在的纸币的未来情景（很可能在并不遥远的未来）。具体来说，CBDC是央行发行的一种付息的数字化法币，由CM市场的价值尺度商品x所衡量的价格为ρ（可以理解为一块钱可以购买到的实物，所以ρ代表货币的实际价格），每期都会以名义利率i_c来支付利息。我们假设银行能够吸收CBDC作为存款。为了发放贷款，银行需要先吸收存款，并按规定缴存法定准备金。我们通过图1显示了模型的时间线和每期三个阶段的主要细节。

在第一阶段，所有的银行都在存款市场吸收存款，以便后续到贷款市场发放贷款。在投资冲击实现后，0类型的企业家选择到存款市场存入闲散资金。在去中心化的存款市场中，我们采用“短边市场”的匹配技术，即数量少的那一方得到完全匹配。既然0类型的企业家测度为$1-n$，银行的测度为1，因此想存款的企业家总能跟银行匹配，而银行会以$1-n$的概率得到匹配。而

[4] 已有一些研究负利率的文献，包括Heetal.(2008)，Rocheteauetal.(2018a)，Dong and Wen(2017)，以及GrootandHass(2018)等，但这些研究都未涉及CBDC。

[5] 关于CBDC的文献近年来增长很快。除了上述提及的国际文献，也包括不断涌现的中文文献和政策报告，其中跟本文有一定相关性的，是人行关于我国数字人民币的相关研究，包括但不限于姚前（2016，2018，2019）、徐忠和姚前（2016）、姚前和李连三（2016）、人行数字货币研究项目组（2016），以及2021年7月人行发布的数字人民币白皮书（中国人民银行数字人民币研发工作组，2021）等。马长宙等（2022）聚焦于利率走廊体制下的CBDC，完全不同于跟本文聚焦于零售端CBDC的视角。

没有匹配上即没有吸收到存款的银行，无法满足法定存款准备金的要求，也就无法进入随后的贷款市场。另外，存款的交易条件是通过议价（bargaining）的方式决定的。我们用搜寻和匹配以及议价来刻画存款市场存在的摩擦。现实中，企业客户一般是商业银行的大客户，相较于零售金融业务中的个人，有更强的跟银行议价的能力。类似于他们先将存款市场上的不同商业银行考察一番，再跟目标银行议价，以获取更好的存款合同。

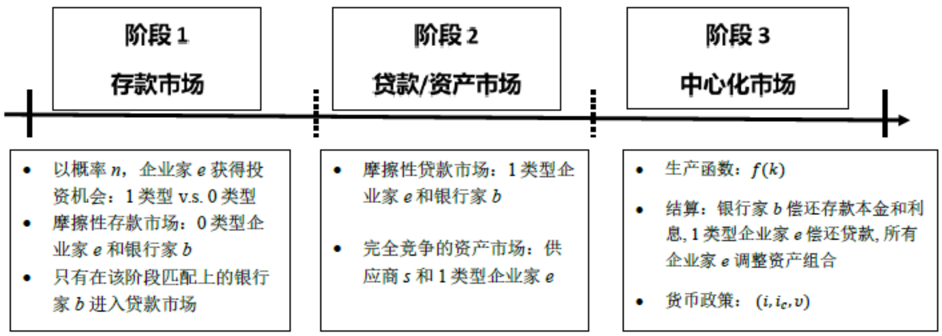

图1: 一个代表性时期的时间线

在第二阶段，获取了存款的银行和1类型的企业家参与贷款市场。类似地，简单起见我们依然使用“短边市场”的匹配函数。1类型的企业家测度为n，银行的测度为$1-n$，贷款市场中企业家得到贷款的概率为$(1-n)/n$，而银行放贷的概率为1（因为我们假设$n>1/2$）。银行和企业家通过议价的方式确定贷款合同条款，包括首付款p（以CBDC的形式缴纳）、贷款手续费ϕ和贷款额度ℓ。这也意味着实际贷款利率为$r_\ell=\phi/\ell$。如果企业家没有得到贷款，则只能依靠内源融资购买资产，而我们已假定供应商会在完全竞争的资产市场以市价q_k来供应资产。

在第三阶段，所有代理人都会参与一个完全竞争的中心化市场。在第一阶段存款的企业家会获得存款的本金和利息，而在第二阶段贷款的企业家需要归还贷款和相关费用。银行则要将全部利润均分给所有企业家。企业家会利用购买的实物资产进行生产。至于政府，我们假设其为央行和财政部的联合体，仅仅活跃在第三阶段，且财政政策能够容纳货币政策带来的政府预算变化。政府的预算约束等式是，

$$G+\rho i_c M=\rho(M-M_{-})+T. \tag{1}$$

这里G是政府支出，T是一次性税收收入，M和M_{-}分别代表当期和上期央行发行的CBDC总供应量。等式(1)的左边代表政府的总支出，包括政府支出G和支付的CBDC利率；右边代表总收入，包括铸币税收入和一次性税收收入。模型中考虑了三种货币政策工具。第一种工具是改变货币的增长率μ，即

$$\frac{M}{M_{-}}=1+\mu,$$

其中$1+\mu\equiv\rho/\hat{\rho}$，且稳态时 $1+\mu=1+\pi$（π 代表通胀率）。根据费雪方程，$1+i=(1+\pi)/\beta$，稳态时改变π等同于改变i[6]。第二种工具是设置CBDC利率i_c， 且$i_c<i$（基于非套利条件）。我们注意到，可能有$i_c\geq 0$，或$i_c<0$，而后者意味着出现了负利率。第三种工具是改变法定存款准备金率υ，$0<\upsilon<1$，即央行能够通过调整υ来影响商业银行的资金状况。

三、基准模型

我们从当期的第三阶段开始，然后进入下一期的第一和第二阶段。在第三阶段，两种企业家的类型已经实现：1 类型的企业家有投资机会，而 0 类型企业家没有。我们用$W_1^e(z_c,\ell,k)$ 代

[6] 这里i可以解读为一种缺少流动性的债券的名义利率，可以用来衡量持有法币的机会成本。简单地说，持有一元钱，若没有在当期花掉，而是投资到一种缺乏流动性的债券并持有到下一期，就会获得以i衡量的净回报。

表 1 类型企业家的价值方程，他们持有(z_c,ℓ) 的资产组合以及实物资产k。这里 $z_c \equiv \rho m_c(1+i_c)$ 代表企业家持有的 CBDC 本金加利息部分的实际价值，而ℓ代表贷款的额度（如果 1 类型企业家成功获取了贷款的话）。对于 1 类型企业家而言，

$$W_1^e(z_c,\ell,k)=\max_{x,\hat{z}_c}\{x+\beta\mathbb{E}U^e(\hat{z}_c)\}$$

$$\text{st.}\,x+\frac{\hat{z}_c}{1+r_c}=z_c-\ell+f(k)+\Pi-T.$$

这里Π代表银行发放的利润。CBDC 的实际利率通过下式计算得来：

$$1+r_c=\frac{1+i_c}{1+\mu}. \tag{2}$$

这里i_c 是 CBDC 的名义利率，而 μ 是货币增长率。因此，约束条件的左边代表在第三阶段的消费x和要带到下一期的 CBDC 实际余额（用$\hat{z}_c/1+r_c$表示），右边代表持有的净财富，即第三阶段持有的z_c，扣除要偿还的贷款ℓ，加上用实物资产k生产出来的最终产品$f(k)$，再加上银行发放的利润，最后减去缴纳的一次性税收。接着，我们进一步化简可得，

$$W_1^e(z_c,\ell,k)=z_c-\ell+f(k)-T+\Pi+\max_{\hat{z}_c}\left\{-\frac{\hat{z}_c}{1+r_c}+\beta\mathbb{E}U^e(\hat{z}_c)\right\}.$$

我们用$W_0^e(z_c,0,0)$ 来代表0类型企业家的价值方程。他们仅持有 CBDC，不持有实物资产，也不需要偿还银行贷款。对于0类型企业家而言，

$$W_0^e(z_c,0,0)=\max_{x,\hat{z}_c}\{x+\beta\mathbb{E}U^e(\hat{z}_c)\}$$

$$\text{st.}\,x+\frac{\hat{z}_c}{1+r_c}=z_c+\Pi-T.$$

进一步化简可得，

$$W_0^e(z_c,0,0)=z_c+T+\Pi+\max_{x,\hat{z}_c}\left\{-\frac{\hat{z}_c}{1+r_c}+\beta\mathbb{E}U^e(\hat{z}_c)\right\}.$$

可以看出，企业家下一期的资产$\hat{z}_c$持有选择不受其当期类型的影响，

$$\frac{1}{1+r_c}=\frac{\beta\partial\mathbb{E}U^e(\hat{z}_c)}{\partial\hat{z}_c}. \tag{3}$$

至于银行，其价值方程是，

$$W^b(\omega^b)=\max_x\{x+\beta U^b\}\text{st.}\,x=\omega^b-T.$$

这里 ω^b 代表银行在第三阶段持有的财富。因此，

$$W^b(\omega^b)=\omega^b+T+\beta U^b.$$

我们可以看出，银行的价值方程跟ω是一种线性关系。类似地，供应商的价值方程是$W^s(\omega^s)=\omega^s-T+\beta V^s$。这里$\omega^s$代表进入第三阶段时供应商持有的财富，$V^s$是下一期第二阶段的价值方程（因为供应商只在每期的第二和第三阶段保持活跃状态）。

接着进入下一期的第一阶段，投资冲击发生，然后企业家分化为 1 类型和 0 类型。前者直接前往第二阶段的贷款和实物资产市场，后者则进入存款市场，考虑是否将闲置资金存入银行。因此，

$$\mathbb{E}U^e(\hat{z}_c)=nU_1^e(\hat{z}_c)+(1-n)U_0^e(\hat{z}_c).$$

这里$U_1^e(\hat{z}_c)=V_1^e(\hat{z}_c)$。 在存款市场上，$0$类型企业家和银行的价值方程是，

$$U_0^e(\hat{z}_c)=W_0^e[\hat{z}_c-d+(1+r_d)d,0,0]$$

$$U^b=(1-n)V^b[d-(1+r_d)d].$$

这里 (d,r_d) 代表存款合同的合约条款，即企业家跟银行议价，以决定存款额度d和存款利率r_d，且$d\le\hat{z}_c$（即最大存款额度不超过企业家手头持有的钱）。另外，0 类型企业家不参与贷款市场，所以第一阶段之后，直接进入第三阶段。

在第二阶段，只有1类型企业家和吸收了存款的银行参与贷款市场。1类型企业家的价值方程是，

$$V_1^e(\hat{z}_c)=\frac{1-n}{n}W_1^e(\hat{z}_c-p_b,q_kk_b-p_b+\phi,k_b)+(1-\frac{1-n}{n})W_1^e(\hat{z}_c-p_u,0,k_u).$$

我们用下标b和u分别代表获取了和未获取银行融资的 1 类型企业家的相关变量（取自英文

"banked"和"unbanked")。基于$(1-n)/n$ 的概率，1类型企业家申请到贷款，用自有资金支付首付款p_b，申请到贷款额度$\ell = q_k k_b - p_b + \phi$（包括实际借款$q_k k_b - p_b$和支付的贷款手续费$\phi$），最终购买到实物资产$k_b$。而余下的概率，1 类型企业家只能依靠内源融资支付p_u，购买到实物资产k_u。对于银行而言，在成功吸收存款后，其价值方程为，

$$V^b(-r_d d) = W^b(\phi - r_d d).$$

这里d代表可以用作准备金的存款额度。之后到了第三阶段，银行的利润为$W^b(\phi - r_d d) = \phi - r_d d + W^b(0)$。这些利润都会发放给企业家。

另外，在该阶段，对于实物资产市场的供应商而言，

$$V^s = \max_k \{-k + W^s(q_k k)\}.$$

因此，可以很容易得出，$q_k = 1$。

（一）存款和贷款市场均衡

我们假设存款和贷款市场中，企业家和银行之间的议价都采用纳什议价。在存款市场中，用γ代表企业家的议价能力。当一份存款合约达成时，企业家的剩余是$(1+r_d)d - d = r_d d$，而银行的剩余是$V^b(-r_d d)$。纳什议价问题可以表示为，

$$\max_{d,r_d} (r_d d)^\gamma [V^b(-r_d d)]^{1-\gamma} \mathrm{st.}\, d \le \hat{z}_c.$$

在贷款市场中，银行和1类型企业家对合约条款 (p_b, k_b, ϕ)进行议价，这里p_b是用自有 CBDC 支付的首付款，ϕ是银行手续费。假设θ代表银行的议价能力。基于纳什议价，我们得到，

$$\max_{k_b, p_b, \phi} [f(k_b) - k_b - \phi - \Delta_u(\hat{z}_c)]^{1-\theta} \phi^\theta$$

$$\mathrm{St.}\, k_b - p_b + \phi \le \chi f(k_b) \tag{4}$$

$$k_b - p_b \le \delta d \tag{5}$$

$$p_b \le \hat{z}_c. \tag{6}$$

这里$\Delta_u(\hat{z}_c) \equiv f(k_u) - k_u$，$\delta \equiv 1/\upsilon - 1$。理论上，$k_u = p_u \le \hat{z}_c$，意思是未获取银行融资的 1 类型企业家用$p_u$购买实物资产$k_u$（因为$q_k = 1$)且该支付额不能超过内源资金$\hat{z}_c$。 其中，第一个约束条件(4)代表 1 类型企业家的抵押约束：他可以用最终产品的χ 部分作为抵押，去获取银行贷款。第二个约束条件(5) 代表银行的准备金约束：银行发放贷款的额度受到其持有的准备金金额的约束。法定准备金率是υ，意味着银行需要将 υ比例的资金作为准备金缴存给央行。因此，银行若持有存款d，那么其能发放的最大额度的贷款为 $d(1/\upsilon - 1)$。 这里我们也可以将δ解读为贷款和准备金之比。最后一个约束(6) 是首付款约束，即企业家支付的首付款不会超过自己持有的 CBDC。注意，我们这里隐含地假设 $\hat{z}_c < k^*$，即企业家自有资金不足以支持最优资产配置k^*。同时，由于$i_c < i$，得到银行融资的企业家也没有动力持有超过对应于最优实物资产k^*的 CBDC 额度。

在解贷款市场的纳什议价问题时，我们将$(d, \hat{z}_c)$设为给定的变量。这是因为，$\hat{z}_c$ 在前一期的 CM 市场中已经决定了，而d则在之前的存款市场中已由银行决定。既然跨期持有 CBDC 是有成本的，企业家一般倾向于花掉持有的全部 CBDC，即$p_b = \hat{z}_c$。 将其代入(4)和(5)，我们可以设置如下的朗格朗日方程:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(k_b, \phi, \lambda_1, \lambda_2) = {} & [f(k_b) - k_b - \phi - \Delta_u(\hat{z}_c)]^{1-\theta} \phi^\theta \\ & + \lambda_1 [\chi f(k_b) - k_b + \hat{z}_c - \phi] \\ & + \lambda_2 (\delta d - k_b + \hat{z}_c).\end{aligned}$$

进而得到 k_b and ϕ 的一阶条件如下:

$$\frac{(1-\theta)\phi^\theta [f'(k_b) - 1]}{[f(k_b) - k_b - \phi - \Delta_z(\hat{z}_c)]^\theta} = \lambda_1 [1 - \chi f'(k_b)] + \lambda_2 \tag{7}$$

$$\frac{\phi^{\theta-1} \{\theta [f(k_b) - k_b - \phi - \Delta_u(\hat{z}_c)] - (1-\theta)\phi\}}{[f(k_b) - k_b - \phi - \Delta_u(\hat{z}_c)]^\theta} = \lambda_1. \tag{8}$$

取决于抵押约束和准备金约束哪一个收紧，在解贷款合同的交易条件时，我们需要考虑如下四种情况。

1. $\lambda_1 = 0$，$\lambda_2 = 0$

两个约束都未收紧，因此，从(7)中，我们得出 $k_b = k^*$ 。而银行手续费可以从(8)中解出，即，

$$\phi = \theta[f(k^*) - k^* - \Delta_u(\hat{z}_c)]. \tag{9}$$

所以，当企业家和银行都未受到约束时，企业家通过议价能够得到支持最优实物资产k^*的贷款额度。

2. $\lambda_1 > 0$，$\lambda_2 = 0$

抵押约束收紧,但银行准备金约束未收紧。我们可以用 (7), (8) 和抵押约束解出 (k_b, ϕ, λ_1)。特别地，(k_b, ϕ)满足如下条件：

$$\frac{\theta[1-\chi f'(k_b)]}{(1-\theta)(1-\chi)f'(k_b)} = \frac{\chi f(k_b) - k_b + \hat{z}_c}{(1-\chi)f(k_b) - \hat{z}_c - \Delta_u(\hat{z}_c)}, \tag{10}$$

$$\phi = \chi f(k_b) - k_b + \hat{z}_c. \tag{11}$$

我们可以用 (7) 或 (8) 解出 λ_1。

3. $\lambda_1 = 0$，$\lambda_2 > 0$

抵押约束未收紧，但准备金约束收紧。我们用(5)解出k_b,

$$k_b = \delta d + \hat{z}_c. \tag{12}$$

我们可以通过(8)解出ϕ,

$$\phi = \theta[f(k_b) - k_b - \Delta_u(\hat{z}_c)]. \tag{13}$$

以及用(7) 解出λ_2。

4. $\lambda_1 > 0$，$\lambda_2 > 0$。

抵押约束和准备金约束同时收紧。我们通过(12) 解出k_b，通过(11)解出ϕ，以及通过(7)和(8)解出(λ_1, λ_2)。

现在我们回到存款市场，解出存款合同的交易条件。既然$V^b(-r_d d) = \phi - r_d d$，存款市场的议价问题可以重新写为，

$$\max_{d, r_d} (r_d d)^\gamma (\phi - r_d d)^{1-\gamma} \qquad \text{st.}\, d \le \hat{z}_c.$$

根据以下引理 1（证明见附录），我们选择$d = \hat{z}_c$，以及从r_d的一阶条件中得到，

$$r_d d = \gamma \phi. \tag{14}$$

引理 1 存款市场的议价问题，需要分别考虑存款约束$d \le \hat{z}_c$ 收紧与不收紧两种情况。后一种情况下，得到$d \to \hat{z}_c$。因此，不失一般性地，我们有$d = \hat{z}_c$。

（二）一般均衡和政策分析

解出了存款和贷款市场的交易条件后，我们可以用它们求出第三阶段中$\hat{z}_c$的选择，进而求解一般均衡。一般均衡的定义如下：

定义 1 基于给定的政策参数 (G, T, i, i_c, v)，一个稳态的货币均衡是一系列变量$(\hat{z}_c, k_b, \phi, i_d, d)$满足：[1] 存款市场和贷款市场的议价均衡条件；[2] 企业家的最优化问题；[3] 政府的预算约束；以及[4] 所有市场出清条件。

从(3)可以看出，决定$\hat{z}_c$的最重要的是 $\mathbb{E}U^e(\hat{z}_c)$ ，而

$$\begin{aligned}\mathbb{E}U^e(\hat{z}_c) &= nU_1^e(\hat{z}_c) + (1-n)U_0^e(\hat{z}_c) \\ &= (1-n)\Delta_b(\hat{z}_c) + (2n-1)\Delta_u(\hat{z}_c) + (1-n)r_d d + \hat{z}_c \\ &\quad + nW_1^e(0,0,0) + (1-n)W_0^e(0,0,0).\end{aligned}$$

我们用之前定义的$\Delta_u(\hat{z}_c)$和 $\Delta_b(\hat{z}_c) \equiv f(k_b) - k_b - \phi$来分别代表未获取银行贷款的企业家和获取了 银行贷款的企业家的剩余。未获取银行贷款的企业家，只能使用内源融资，且$k_u = \hat{z}_c$。 于是，$\partial \Delta_u(\hat{z}_c)/\partial \hat{z}_c = f'(k_u) - 1$。至于 $\partial \Delta_b(\hat{z}_c)/\partial \hat{z}_c$，我们需要考虑贷款合同四种解的不同情况。已在存款市场存款的0类型企业家的剩余是 $r_d d$。基于等式(14)， $\hat{z}_c$ 能够通过ϕ影响 $r_d d$。我

们需要知道，在贷款合同解的四种情况中，银行的准备金分别是如何影响ϕ的。对应地，一般均衡解也有 四种情况需要考虑，我们称之为 GE I - IV（GE 指"general equilibrium"，即一般均衡）。

我们对每种一般均衡都进行政策分析。对于三个货币政策相关的参数(i, i_c, υ)，由于稳态时改变i等价于改变通胀率，且得到的结果也是标准性的，因此我们重点聚焦后两种工具的货币政策效应。具体来说，我们聚焦改变 CBDC 利率i_c和改变法定准备金率υ,对实体经济变量包括k_u，k_b，总投资$K = (1-n)k_b + (2n-1)k_u$的影响，与对金融变量包括总贷款额度$L = (1-n)(k_b - k_u)$，实际存款利率r_d以及实际贷款利率r_ℓ的影响。

定理 1 在 GE I 里，$\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 0$，我们有$k_b = k^*$,而改变i_c的政策效应如下:$\partial K/\partial i_c > 0$，$\partial L/\partial i_c < 0$，$\partial s_c/\partial i_c = -(1+i)/(1+i_c)^2 < 0$， $\partial \phi/\partial i_c < 0$， $\partial r_d/\partial i_c < 0$，$\partial r_\ell/\partial i_c < 0$。而在 GE II 里，$\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 = 0$，由于一般均衡条件过于复杂，改变i_c的政策效果不明确。至于改变法定准备金率υ的影响，由于准备金约束未收紧，所以改变υ对 GE I 和 GE II 的相关变量都无影响。

定理1概括了 GE I 和 GE II 的政策分析结果（证明见附录）。具体来说，在 GE I 的均衡中，抵押约束和准备金约束都未收紧，意味着整个经济体的信贷处于比较宽松的状态：获得银行融资的企业家有足够的资金购买最优配置的资产k^*，银行放贷时也不受准备金约束。当i_c上升时，企业家愿意持有更多的 CBDC，这也意味着未获取银行融资的企业家的投资k_u上升，企业的总投资K也上升。既然获得银行融资的企业家能够获取 $k^* - k_u$的贷款，i_c上升会导致银行贷款额度和贷款手续费ϕ都下降。存款合同的议价条件显示实际存款利率受到贷款的收益ϕ和存款额度k_u的影响。既然随着i_c的上升，k_u上升而ϕ下降，所以，实际存款利率下降。而实际贷款利率r_ℓ受到贷款的收益ϕ和贷款额度$k^* - k_u$的影响。随着i_c的上升，ϕ变小，但$k^* - k_u$也下降了，最终ϕ下降的效应主导了i_c对实际贷款利率r_ℓ的影响。最后，由于i_c上升导致k_u上升，而k^*不受影响，因此总贷款额度L也下降了。至于改变法定准备金率υ的影响，由于准备金约束未收紧，所以改变υ对相关变量没有影响。

而在 GE II 的均衡里，抵押约束收紧，但准备金约束未收紧，意味着企业家的融资约束收紧，但银行的资金较为宽裕。从分析结果来看，由于(k_b, ϕ)必须满足(10)和(11)这两个比较复杂的条件，不容易清楚地看出i_c改变，对金融变量(r_d, r_ℓ, L)和实体经济变量(k_u, k_b, K)的影响。至于改变法定准备金率υ的影响，由于准备金约束未收紧，所以改变υ对相关变量没有影响。

定理 2 在 GE III 里，$\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 > 0$， 我们有$\partial k_u/\partial i_c > 0$，$\partial k_b/\partial i_c > 0$，$\partial K/\partial i_c > 0$，以及$\partial L/\partial i_c = \delta(1-n)\partial k_u/\partial i_c > 0$，但$\partial \phi/\partial i_c \lesseqgtr 0$，$\partial r_d/\partial i_c \lesseqgtr 0$，$\partial r_\ell/\partial i_c \lesseqgtr 0$。至于改变法定准备金率$\upsilon$的影响，可以求得，$\partial k_u/\partial \upsilon > 0$，$\partial k_b/\partial \upsilon < 0$, $\partial K/\partial \upsilon \lesseqgtr 0$，$\partial L/\partial \upsilon < 0$, $\partial \phi/\partial \upsilon < 0$，$\partial r_d/\partial \upsilon < 0$，$\partial r_\ell/\partial \upsilon \lesseqgtr 0$。

定理2提供了 GE III 的政策分析结果（证明见附录）。具体来说，在该均衡中抵押约束未收紧但准备金约束收紧，这意味着企业家有足够的抵押品去申请贷款，但银行信贷受到准备金的约束而处于收紧状态。随着i_c的上升，企业家愿意持有更多的 CBDC，这意味着未获取银行融资的 1 类型企业家的投资k_u上升。而收紧的准备金约束意味着获取了银行融资的 1 类型企业家的投资k_b跟k_u成比例关系，也会随着i_c的上升而增加，因此，最终总投资K也增加了，总贷款额度L也上升了。而从利率变量来看，i_c上升对实际存款利率r_d和实际贷款利率r_ℓ的影响都是不确定的，主要是因为i_c上升对银行利润ϕ的影响是不确定的。 至于改变法定准备金率υ的影响，υ上升意味着商业银行要向央行缴存更多的准备金，因此货币政策和银行信贷收紧。所以，当υ上升时，对于依靠银行融资的企业家的投资是不利的，k_b下降；但相对而言，反而有利于仅依靠内源融资企业家的投资，k_u上升。但对k_b和k_u的相反效应，使得对于总投资K的影响变得不确定。由于贷款额度来自于$k_b - k_u$的净额，而υ上升对该净额的效应是负向的，因此 1 类型企业家获

取的贷款下降，总贷款额度L也下降。另外，随着υ上升，银行获取的利润ϕ下降，而存款额度上升，因此实际存款利率r_d下降；实际贷款利率来自于银行利润ϕ和贷款额度的比例，两者都下降，因此对r_ℓ的影响是不确定的。

定理 3 在 GE IV 里，$\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 > 0$， 我们有$\partial k_u/\partial i_c > 0$，$\partial k_b/\partial i_c > 0$，$\partial K/\partial i_c > 0$，以及$\partial L/\partial i_c = \delta(1-n)\partial k_u/\partial i_c > 0$，$\partial \phi/\partial i_c > 0$，以及$\partial r_\ell/\partial k_u \simeq \partial r_d/\partial i_c \lesseqgtr 0$。至于改变法定准备金率$\upsilon$的影响，可以求得，$\partial k_u/\partial \upsilon > 0$，$\partial k_b/\partial \upsilon < 0$, $\partial K/\partial \upsilon \lesseqgtr 0$，$\partial L/\partial \upsilon < 0$, $\partial \phi/\partial \upsilon < 0$，$\partial r_d/\partial \upsilon < 0$，$\partial r_\ell/\partial \upsilon > 0$。

定理3提供了 GE IV 的政策分析结果（证明见附录）。具体来说，该均衡中抵押约束和准备金约束都收紧，这意味着企业家没有足够的抵押品去申请贷款，银行信贷也受到准备金约束而处于收紧状态，所以银行信贷受到双重约束。当准备金约束收紧时，k_b 和 k_u 形成一种比例关系。当 i_c上升时，k_u上升，而k_b和k_u的比例关系意味着k_b也会随之上升，总投资K和总贷款额度L也上升。而当抵押约束收紧时，i_c上升对于ϕ带来两个相反方向的影响。一方面，i_c上升意味着首付款增加，因而可以购买更多的k_b，这意味着ϕ也随之上升。另一方面，i_c上升也使得k_u和贷款额度上升；由于抵押约束收紧，获取银行融资的企业家最多获取等价于$\chi f(k_b)$的贷款，其中还包括应付的手续费ϕ，因此ϕ随着i_c上升而下降，即贷款越多，ϕ反而越低。最终，正向的效应占了主导，ϕ随着i_c上升而增加。但是，i_c的上升对r_d和r_ℓ的影响并不清晰，只知道对这两种利率的影响方向是一致的，要么同时上升，要么同时下降。总而言之，i_c上升使得 CBDC 变成更受企业家欢迎的资产，未获取银行贷款的企业家增加投资。一旦企业家持有更多的 CBDC，存款增加，贷款也随之增加，因此获取银行贷款的企业家也增加了投资。但是，实际存款利率和实际贷款利率的变化则并不确定。

至于改变法定准备金率υ的影响，跟 GE III 类似，υ上升意味着银行信贷收紧，因此不利于依靠银行融资的企业家的投资，即k_b下降；相对而言，反而有利于仅依靠内源融资的企业家的投资，即k_u上升。也跟 GE III 类似，υ上升对总投资K的影响不确定，但使得总贷款额度L下降。但跟 GE III 不一样的是，由于抵押约束收紧，获取银行融资的企业家最多获取等价于$\chi f(k_b)$的贷款，其中还包括应付的手续费ϕ；另一方面，收紧的准备金约束意味着净贷款额度也等价于δd，因此最终手续费ϕ随着υ的上升而下降。既然随着υ上升，ϕ下降而$d = k_u$上升，因此实际存款利率r_d下降。至于实际贷款利率r_ℓ，银行手续费ϕ下降，贷款额度$k_b - k_u$也下降，但前者下降的效应占了主导，最终r_ℓ下降。

四、扩展模型：现金和 CBDC

现在我们加入一种新的资产“现金”，到之前的基准模型。在这个扩展的模型中，现在存在两种形态的法币：现金和 CBDC，可以用来研究两种法币之间的互动。为什么要研究两种法币并存的情形呢？因为现金和 CBDC 并存更贴近现实，至少在 CBDC 发行的初始阶段，一般会跟现金并存。中国的数字人民币研发和试点已走在世界前列，但人行明确指出，数字化法币将与现金长期共存（中国人民银行数字人民币研发工作组，2021）。因此，研究现金和 CBDC 并存具有较强的现实意义。

从模式设定来看，扩展模型与基准模型非常相似，主要区别在于企业家现在可以持有 CBDC 和现金的资产组合。由于 CBDC 与现金都是央行发行的法币，只是形态不同，因此，不失一般性地，我们假设两种货币具有相同的实际价格 ρ 和相同的增长率 μ。我们还假设银行可以在第一阶段吸收现金作为存款，但是银行只能帮助企业家存储 CBDC，而不能用 CBDC 发放贷款。Andolfatto (2018)也使用了这种 CBDC 设计。

扩展模型中，主要变化在于企业家的价值方程。时间顺序跟基准模型类似，首先是本期的第三阶段，然后是下一期的第一和第二阶段。在第三阶段的开始，企业家的价值方程增加了一个额外的状态变量：企业家持有的实际现金余额 z_m。我们定义$\omega^e = z_m + z_c$，代表型的企业家

持有的现金和 CBDC 的实际余额。在该阶段，有投资机会的 1 类型企业家的价值方程为

$$W_1^e(\omega^e,\ell,k)=\max_{x,\hat{z}_m,\hat{z}_c}\{x+\beta\mathbb{E}U^e(\hat{z}_m,\hat{z}_c)\}$$

$$\mathrm{st.}\,x+\frac{\hat{z}_m}{1+r_m}+\frac{\hat{z}_c}{1+r_c}=\omega^e-\ell+f(k)+\Pi-T.$$

类似地，现金的实际利率通过 $1+r_m=1/(1+\mu)$计算可得。我们进一步化简可得

$$W_1^e(\omega^e,\ell,k)=\omega_e-\ell+f(k)+\Pi-T+\max_{\hat{z}_m,\hat{z}_c}\left\{-\frac{\hat{z}_m}{1+r_m}-\frac{\hat{z}_c}{1+r_c}+\beta\mathbb{E}U^e(\hat{z}_m,\hat{z}_c)\right\}.$$

对于没有投资机会的 0 类型企业家，基于同样的过程，无约束最大化问题是

$$W_0^e(\omega^e,0,0)=\omega^e+T+\Pi+\max_{x,\hat{z},\hat{z}_c}\left\{-\frac{z_m}{1+r_m}-\frac{z_c}{1+r_c}+\beta\mathbb{E}U^e(\hat{z}_m,\hat{z}_c)\right\}.$$

类似地，企业家下一期的资产$(\hat{z}_m,\hat{z}_c)$的持有选择不受其当期类型的影响

$$\frac{1}{1+r_m}=\frac{\beta\partial\mathbb{E}U^e(\hat{z}_m,\hat{z}_c)}{\partial\hat{z}_m},\tag{15}$$

$$\frac{1}{1+r_c}=\frac{\beta\partial\mathbb{E}U^e(\hat{z}_m,\hat{z}_c)}{\partial\hat{z}_c}.\tag{16}$$

在下一期的的存款市场，企业家的价值方程是

$$U_1^e(\hat{z}_m,\hat{z}_c)=V_1^e(\hat{z}_m,\hat{z}_c),$$

$$U_0^e(\hat{z}_m,\hat{z}_c)=V_0^e[\hat{z}_m-d+(1+r_d)d,\hat{z}_c].$$

要注意的是，企业家在存款市场只能存入现金，不能存入 CBDC，因此有$d\leq\hat{z}_m$。并且，

$$\mathbb{E}U^e(\hat{z}_m,\hat{z}_c)=nU_1^e(\hat{z}_m,\hat{z}_c)+(1-n)U_0^e(\hat{z}_m,\hat{z}_c).$$

在贷款市场上，用$V_1^e(\hat{z}_m,\hat{z}_c)$ 和$V_0^e(\hat{z}_m+r_dd,\hat{z}_c)$ 表示两类企业家的价值方程，其中

$$V_1^e(\hat{z}_m,\hat{z}_c)=\frac{1-n}{n}W_1^e(\omega^e-p_b,\ell,k_b)+\frac{2n-1}{n}W_1^e(\omega^e-p_u,0,k_u),$$

$$V_0^e(\hat{z}_m+r_dd,\hat{z}_c)=W_0^e(\hat{z}_m+r_dd,\hat{z}_c,0,0).$$

跟基准模型类似，我们用 (p_b,p_u) 来分别表示获取了银行融资和未获取融资的企业家所支付的首付款，但现在首付款里同时包含现金和 CBDC， 即$\hat{z}_m$和$\hat{z}_c$。银行家和供应商的价值方程与基准模型非常相似，只是资产组合里增加了现金。

（一）存款和贷款市场均衡

存款市场的纳什议价问题可以表示为

$$\max_{d,r_d}(r_dd)^\gamma[V^b(-r_dd)]^{1-\gamma}\qquad\mathrm{st.}\,d\leq\hat{z}_m.$$

特别要注意的是，存款约束清楚地表明，在当前模型中，银行只能吸收现金作为存款。而在贷款市场中，贷款合约的议价问题中则新增了现金约束，

$$\max_{k_b,p_b,,\phi}[f(k_b)-k_b-\phi-\Delta_u(\hat{z}_m,\hat{z}_c)]^{1-\theta}\phi^\theta$$

$$\mathrm{st.}\,k_b-p_b+\phi\leq\chi f(k_b)\tag{17}$$

$$k_b-p_b\leq\delta d\tag{18}$$

$$p_b\leq\hat{z}_m+\hat{z}_c.$$

类似地，我们定义 $\Delta_u(\hat{z}_m,\hat{z}_c)=f(k_u)-k_u$ ，但$k_u=p_u\leq\hat{z}_m+\hat{z}_c$。

与基准模型类似，我们将$(\hat{z}_m,\hat{z}_c,d)$ 视为给定，再求解贷款合约的交易条件。这里 $(\hat{z}_m,\hat{z}_c)$ 是由在上一期第三阶段的企业家决定的，而 d 则由存款市场的议价问题决定，所以能将 $(\hat{z}_m,\hat{z}_c,d)$ 视为给定。基于经济学意义的视角，模型关注 $\hat{z}_m+\hat{z}_c<k^*$，$p_b=\hat{z}_m+\hat{z}_c$ 的情况。将$p_b=\hat{z}_m+\hat{z}_c$代入(17)和(18)，可设置如下的拉格朗日方程，

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(k_b,\phi,\lambda_1,\lambda_2)=&[f(k_b)-k_b-\phi-\Delta_u(\hat{z}_m,\hat{z}_c)]^{1-\theta}\phi^\theta\\&+\lambda_1[\chi f(k_b)-k_b+\hat{z}_m+\hat{z}_c-\phi]\\&+\lambda_2(\delta d-k_b+\hat{z}_m+\hat{z}_c).\end{aligned}$$

进而求得 k_b 和ϕ 的一阶条件,

$$\frac{(1-\theta)\phi^{\theta}[f'(k_b)-1]}{[f(k_b)-k_b-\phi-\Delta_z(\hat{z}_m,\hat{z}_c)]^{\theta}}=\lambda_1[1-\chi f'(k_b)]+\lambda_2, \tag{19}$$

$$\frac{\phi^{\theta-1}\{\theta[f(k_b)-k_b-\phi-\Delta_u(\hat{z}_m,\hat{z}_c)]-(1-\theta)\phi\}}{[f(k_b)-k_b-\phi-\Delta_z(\hat{z}_m,\hat{z}_c)]^{\theta}}=\lambda_1. \tag{20}$$

与基准模型类似，贷款合约的解有四种情况，而这四种情况的分类取决于抵押约束和准备金约束是否收紧。

1. $\boldsymbol{\lambda_1=0,\ \lambda_2=0}$

两个约束都未收紧，我们有$k_b=k^*$，

$$\phi=\theta[f(k^*)-k^*-\Delta_u(\hat{z}_m,\hat{z}_c)].$$

2. $\boldsymbol{\lambda_1>0,\ \lambda_2=0}$

抵押约束收紧，但准备金约束未收紧。我们可以使用 (19), (20)和抵押约束解出 (k_b,ϕ,λ_1).

3. $\boldsymbol{\lambda_1=0,\ \lambda_2>0}$

抵押约束未收紧，但准备金约束收紧。我们从准备金约束中解出k_b：

$$k_b=\delta d+\hat{z}_m+\hat{z}_c. \tag{21}$$

从(20) 可以求出 $\phi=\theta[f(k_b)-k_b-\Delta_u(\hat{z}_m,\hat{z}_c)]$，并且 (19)决定了 λ_2。

4. $\boldsymbol{\lambda_1>0,\ \lambda_2>0}$

抵押约束和准备金约束同时收紧。我们通过准备金约束解出k_b ，通过抵押约束基解出ϕ ，

$$\phi=\chi f(k_b)-k_b+\hat{z}_m+\hat{z}_c. \tag{22}$$

接着，我们按照与基准模型类似的方式求解出存款合同的合约条款(d,r_d)，特别要注意的是，现在 $\hat{z}_m$ 替换 了$\hat{z}_c$。

（二）一般均衡和政策分析

在第三阶段，我们使用 (15) 和 (16) 求解出企业家的资产组合 $(\hat{z}_m,\hat{z}_c)$ 。特别是，

$$\begin{aligned}\mathbb{E}U^e(\hat{z}_m,\hat{z}_c)&=nU_1^e(\hat{z}_m,\hat{z}_c)+(1-n)U_0^e(\hat{z}_m,\hat{z}_c)\\&=(1-n)\Delta_b(\hat{z}_m,\hat{z}_c)+(2n-1)\Delta_u(\hat{z}_m,\hat{z}_c)+(1-n)r_d d+\hat{z}_m+\hat{z}_c\\&\quad+nW_1^e(0,0,0,0)+(1-n)W_0^e(0,0,0,0),\end{aligned}$$

这里$\Delta_b(\hat{z}_m,\hat{z}_c)=f(k_b)-k_b-\phi$。 我们依然用下标$b$和$u$分别代表获取了银行融资和未获取银行融资的企业家的相关变量。

如果 1 类型企业家没有匹配到银行，他就用自己持有的资产组合进行内源融资，并且$k_u=\hat{z}_m+\hat{z}_c$. 于是，

$$\frac{\partial\Delta_u(\hat{z}_m,\hat{z}_c)}{\partial\hat{z}_m}=\frac{\partial\Delta_u(\hat{z}_m,\hat{z}_c)}{\partial\hat{z}_c}=f'(k_u)-1.$$

至于 $\partial\Delta_b(\hat{z}_m,\hat{z}_c)/\partial\hat{z}_m$ 和 $\partial\Delta_b(\hat{z}_m,\hat{z}_c)/\partial\hat{z}_c$，我们应该考虑贷款合同的四种求解情况。

1. GE I：$\boldsymbol{\lambda_1=0,\ \lambda_2=0}$

我们有 $\partial\Delta_b(\hat{z}_m,\hat{z}_c)/\partial\hat{z}_m=\theta\partial\Delta_u(\hat{z}_m,\hat{z}_c)/\partial\hat{z}_m$. 注意$\phi$不受银行准备金的影响，所以$\partial(r_d d)/\partial\hat{z}_m=0$。 对于$j=\{m,c\}$，我们有

$$\frac{\partial\mathbb{E}U^e(\hat{z}_m,\hat{z}_c)}{\partial z_j}=(1-n)\frac{\partial\Delta_b(\hat{z}_m,\hat{z}_c)}{\partial\hat{z}_j}+(2n-1)\frac{\partial\Delta_z(\hat{z}_m,\hat{z}_c)}{\partial\hat{z}_j}+1.$$

将上述结果代入(15) 和(16)，得到如下两个货币需求方程，

$$s_j=A[f'(k_u)-1],$$

这里，$j=\{m,c\}$。之前，我们已经定义A以及$s_c=(i-i_c)/(1+i_c)$，为了对称，也定义$s_m\equiv(i-i_m)/(1+i_m)$。由于现金的利率i_m为零，所以$s_m=i$。 很显然，两种法币如果要共存，必然有$i_c=0$，不然两个货币需求方程无法同时得到满足。

在均衡 GE I 中，我们可以看到，只有$i_c=0$时，CBDC 和现金才能共存。如果$i_c>0$，CBDC 的回报率更高，企业家会尽可能多地持有 CBDC，最终现金会被挤出。但是，如果没有企业家持有现金，银行就无法生存或发放贷款，经济体退化为没有银行的情况。 如果$i_c<0$，现金有更高的回报，银行可以正常运转，但 CBDC 将从经济中挤出。 因此，只有当 $i_c=0$ 时，现金和 CBDC 才能共存，但这种情况比较特殊，两种法币之间缺乏有意义的互动，CBDC 利率也无

法成为有效的货币政策工具。至于改变法定准备金率υ，由于准备金约束未收紧，改变υ在该均衡中也是无效的。

2. GE II：$\boldsymbol{\lambda_1 > 0,\ \lambda_2 = 0}$

(k_b, ϕ, λ_1) 的解是，

$$\frac{(1-\theta)\phi^\theta [f'(k_b)-1]}{[f(k_b)-k_b-\phi-\Delta_z(\hat{z}_m,\hat{z}_c)]^\theta [1-\chi f'(k_b)]} = \lambda_1,$$
$$\frac{\theta[f(k_b)-k_b-\phi-\Delta_u(\hat{z}_m,\hat{z}_c)]^{1-\theta}}{\phi^{1-\theta}} - \frac{(1-\theta)\phi^\theta}{[f(k_b)-k_b-\phi-\Delta_u(\hat{z}_m,\hat{z}_c)]^\theta} = \lambda_1,$$
$$k_b - \hat{z}_m - \hat{z}_c + \phi = \chi f(k_b).$$

因此，可以求解出，

$$\frac{\partial \Delta_b(z,z_c)}{\partial z_j} = [f'(k_b)-1]\frac{\partial k_b}{\partial z_j} - \frac{\partial \phi}{\partial z_j} + 1,$$

这里$j=\{m,c\}$。由于准备金约束未收紧，企业家的现金持有量不会影响 ϕ，所以 $\partial(r_d d)/\partial \hat{z}_m = 0$，以及

$$\frac{\partial \mathbb{E}U^e(\hat{z}_m,\hat{z}_c)}{\partial \hat{z}_j} = (1-n)\frac{\partial \Delta_b(\hat{z}_m,\hat{z}_c)}{\partial \hat{z}_j} + (2n-1)\frac{\partial \Delta_u(\hat{z}_m,\hat{z}_c)}{\partial \hat{z}_j} + 1,$$

于是，从(15) 和 (16) 得到，

$$s_j = (2n-1)[f'(k_u)-1] + (1-n)[(1-\chi)f'(k_b)\Omega(k_b,k_u)-1],$$

这里，$j=\{m,c\}$。除了ϕ以外，$\Omega(k_b,k_u)$ 的表达式同第三部分（二）中一样。在第三部分（二）中，我们有$\phi = \chi f(k_b) - k_b + \hat{z}_c$，而现在$\phi = \chi f(k_b) - k_b + \hat{z}_m + \hat{z}_c$。

与 GE I 类似，只有$i_c = 0$ 时，CBDC 才能与现金共存。当 $i_c > 0$ 时，企业家更喜欢持有 CBDC，现金被挤出经济；当 $i_c < 0$ 时，创业者更愿意持有现金，没有人持有 CBDC，整个经济体退化为一个现金社会[7]。所以，在 GE II 这种均衡中，i_c也无法成为一种有效的政策工具；至于改变法定准备金率υ，同样由于准备金约束未收紧，改变υ在该均衡中无效。

3. GE III：$\boldsymbol{\lambda_1 = 0,\ \lambda_2 > 0}$

从(k_b,ϕ) 的解中，可以得到，

$$\frac{\partial k_b}{\partial \hat{z}_m} = \frac{\partial k_b}{\partial \hat{z}_c} = 1, \quad \frac{\partial \phi}{\partial \hat{z}_j} = \theta f'(k_b) - 1] - \theta\frac{\partial \Delta_u(\hat{z}_m,\hat{z}_c)}{\partial \hat{z}_j},$$

这里，$j=\{m,c\}$。 然后，

$$\frac{\partial \Delta_b(\hat{z}_m,\hat{z}_c)}{\partial \hat{z}_j} = (1-\theta)[f'(k_b)-1] + \theta\frac{\partial \Delta_u(\hat{z}_m,\hat{z}_c)}{\partial \hat{z}_j}.$$

特别要注意的是，由于准备金约束收紧，现在存款市场中的企业家存款金额会影响贷款市场中银行赚取的费用，因此，

$$\frac{\partial(r_d d)}{\partial d} = \gamma\frac{\partial \phi}{\partial d} = \gamma\theta\delta[f'(k_b)-1].$$

于是，(15) 和 (16) 变成，

$$s_m = A[f'(k_u)-1] + (1-n)[1-\theta+\gamma\theta\delta][f'(k_b)-1], \tag{23}$$
$$s_c = A[f'(k_u)-1] + (1-n)(1-\theta)[f'(k_b)-1].$$

上述两式决定了(k_b,k_u)的解。接着我们可以求出$(\hat{z}_m,\hat{z}_c)$ ，且

$$i - s_c = (1-n)\gamma\theta\delta[f'(k_b)-1]. \tag{24}$$

(24)意味着，在 GE III 这种均衡里，付息的 CBDC 和现金是可以共存的。收紧的准备金约束意味着存款利率取决于银行费用，而银行费用又取决于存款金额。与 CBDC 相比，现金通过影响存款回报而具有额外的价值。 因此，当 $i_c > 0$ 时，在现金和 CBDC 之间存在权衡：持有

---

[7] 由此可见，在准备金约束未收紧的GE I和II中，现金和CBDC的边际收益相等。但一旦 $i_c > 0$ ($i_c < 0$)，CBDC的边际成本更低（高），从而边际成本较高的货币会被挤出。只有当$i_c = 0$时，CBDC和现金才能共存。联系现实，以中国进行的试点来看，数字人民币目前不付息，并提出与现金长期共存，可以解读为货币当局的一种稳健做法，防止数字化法币引入的初始阶段，对现有的金融体系产生太多改变，或引起太大风险。

CBDC 的边际成本较低，但现金具有较高的边际价值，最终企业家会持有现金和 CBDC 的资产组合。 进一步来说，当 i_c 增加时，(24) 的左边增加，这意味着 k_b 应该减少。 从 (23) 来看，较低的 k_b 导致较高的 k_u。 注意 $k_b - k_u = \delta \hat{z}_m$，进而$\hat{z}_m$也会减少。 因此，我们发现，当$i_c$增加时， $\hat{z}_m$ 会减少，而 $\hat{z}_c$ 会增加。 总结一下，在这种情况下，

$$\frac{\partial \hat{z}_m}{\partial i_c} < 0, \frac{\partial \hat{z}_c}{\partial i_c} > 0, \frac{\partial k_u}{\partial i_c} > 0, \frac{\partial k_b}{\partial i_c} < 0. \tag{25}$$

因此，在 GE III 这种均衡中，有两个重要的结果。一是付息的 CBDC 和现金能够共存，理由是准备金约束收紧使得现金的额外价值得以体现。二是如上所述，CBDC 利率上升对企业投资具有再分配效应，有利于k_u，不利于k_b。这是因为，当i_c上升时，企业家愿意持有更多的 CBDC，从而减少对现金的需求。 但由于只有现金能作为存款，0类型企业家存入的钱减少，银行向获取贷款的 1 类型企业家发放的贷款也相应减少。 从这个意义上说，更高回报的 CBDC 挤出了存款，进而减少了银行发放的贷款。没有获得银行融资的 1 类型企业家，使用包括现金和 CBDC 的内源资金购买实物资产，而结果显示，CBDC 持有量增加的效应超过了现金持有量减少的效应，最终该类型企业家的投资k_u上升。相比之下，虽然获取了银行融资的企业家的自有资金也上升，允许其购买更多的实物资产，但是更高的i_c带来的银行贷款减少起了主导作用，最终k_b下降。最后，由于准备金约束收紧，改变法定准备金率υ在该均衡中是有效的（具体解析结果见附录），相关机制和结果跟基准模型的 GE III 中非常相似，在此不再赘述。

4. GE IV： $\boldsymbol{\lambda_1 > 0}$，$\boldsymbol{\lambda_2 > 0}$

(k_b, ϕ) 的解显示

$$\frac{\partial k_b}{\partial \hat{z}_m} = \frac{\partial k_b}{\partial \hat{z}_c} = 1, \quad \frac{\partial \phi}{\partial \hat{z}_m} = \frac{\partial \phi}{\partial \hat{z}_c} = \chi f'(k_b), \quad \frac{\partial \phi}{\partial d} = \delta[\chi f'(k_b) - 1].$$

然后，对于$j = \{m, c\}$， $\partial \Delta_b(\hat{z}_m, \hat{z}_c)/\partial \hat{z}_j = (1-\chi) f'(k_b) - 1$. 在存款市场中，$d$的边际价值是，$\partial(r_d d)/\partial d = \gamma \partial \phi/\partial d = \gamma \delta[\chi f'(k_b) - 1]$. 因此，(15) 和 (16) 变为

$$s_m = (2n-1)[f'(k_u) - 1] + (1-n)\{(1-\chi) f'(k_b) - 1 + \gamma\delta[\chi f'(k_b) - 1]\},$$
$$s_c = (2n-1)[f'(k_u) - 1] + (1-n)[(1-\chi) f'(k_b) - 1].$$

我们可以推导出

$$i - s_c = (1-n)\gamma\delta[\chi f'(k_b) - 1]. \tag{26}$$

与 GE III 中类似，由于准备金约束收紧，现金和付息的 CBDC 能够共存。较高的i_c会导致（26）的左边上升，这意味着k_b会下降，进而k_u会增加。注意$k_b - k_u = \delta \hat{z}_m$，因此$\hat{z}_m$将会减少。而$i_c$上升，会使得$\hat{z}_c$增加。所以，CBDC 的利率越高，企业家愿意持有更多的 CBDC 和更少的现金，相关结果与(25)完全一样。进一步来说，现金持有下降使得银行吸收的存款减少，进而发放的贷款也减少。因此，同样地，CBDC 利率上升会挤出银行贷款。对于 1 类型企业家，没有获得银行融资的企业家投资上升，而获得银行融资的的企业家投资下降[8]。由于准备金约束收紧，改变法定准备金率υ在该均衡中是有效的（解析结果见附录），相关机制和结果跟基准模型的 GE IV 中非常相似，在此不再赘述。

[8] 由此可见，在准备金约束收紧的GE III和IV中，现金能提供额外的价值，因为存款利率取决于银行手续费，而银行手续费又取决于存款金额（仅来自于现金）。如果$i_c > 0$，现金的机会成本较高，但由于存款的利息较高，它依然具有较高的边际价值。 因此，当$i_c > 0$时，企业家愿意同时持有现金和CBDC。 虽然现金和CBDC在模型中是替代品，但由于银行只能吸收现金作为存款，存款和CBDC就成了替代品。这个扩展模型聚焦于政策制定者的一大忧虑，即引入付息的CBDC可能会挤出银行存款并影响贷款。然而，GE III和IV表明，CBDC利率提高确实挤出了银行贷款，但对总投资的影响不确定：CBDC利率上升具有再分配效应，没有获取银行融资的企业家投资增加，获取银行融资的企业家投资减少，但最终的净效应并不确定。因此，这两种均衡可以解读为，一旦货币当局对引入数字化法币更有信心的时候，可以考虑付息，让CBDC利率变成一种新的、独立的货币政策工具。尤其是，CBDC利率可以成为一种“直达”的货币政策工具：利率上升时，无法获取银行信贷的企业（如中小微企业），持有CBDC余额会上升，从而帮助这部分企业扩张投资。这跟近年来我国针对特定领域（如三农、中小微企业、碳中和或者疫情纾困相关）的“结构性货币政策”诉求不谋而合。

五、讨论与总结

为了研究发行 CBDC 的影响，本文首先构建了一个 CBDC 作为唯一交易媒介的基准模型。CBDC 的一个重要特征是，央行可以通过数字化账户对其付息。因此，CBDC 的利率可能成为一个新的货币政策工具。在基准模型中，笔者重点评估了这个新增的货币政策工具对银行的存贷款利率、企业投资以及宏观经济的影响。

基准模型的主要发现如下。**一方面，当央行提高 CBDC 利率时，使其变成了更有吸引力的资产，也很有可能增加银行贷款和企业投资。** 在基准模型的一般均衡分析中，笔者发现，多数情况下提高 CBDC 利率使得企业家愿意持有更多的 CBDC，这也意味着没有投资机会的企业家会存入更多的闲置 CBDC 到银行，而有投资机会的企业家能从银行借更多的钱。总体上，随着 CBDC 利率的上升，总投资上升。在有些均衡中，也能显示 CBDC 利率改变对其他利率的影响。比如，当抵押约束和准备金约束都未收紧的时候，CBDC 利率上升会使得实际存款利率和实际贷款利率都下降。这似乎有点反直觉，但是，CBDC 利率上升使得企业家愿意持有更多的 CBDC，进而增加存款的供给，所以存款利率下降；另外，CBDC 利率上升也使得银行手续费下降，银行贷款额度下降，而这二者的共同作用使得实际贷款利率下降。**另一方面，付息的 CBDC 使得推行负利率政策完全成为可能。**这主要是因为，在 CBDC 的需求函数中，可以用名义利率i和 CBDC 利率i_c之间的差额来表示持有 CBDC 的边际成本，因此从技术上看，实施负的 CBDC 利率完全可行。当然，实施负利率是否有利于企业投资和实体经济，则是另一个话题了。

为了研究 CBDC 和现金这两种法币在 CBDC 发行初期（或长期内）并存的现实情况，通过在企业家的资产组合中新增现金，进行了模型扩展。为了研究付息的 CBDC 跟现金共存的问题，本文考虑了 CBDC 的一种设计，即商业银行能协助存储 CBDC，但不能接受 CBDC 作为存款。扩展模型的结果显示，除了让 CBDC 利率为 0 外，付息的 CBDC 跟现金在准备金约束收紧时能够共存。**跟基准模型不一样的是，CBDC 利率上升时具有再分配效应，即未获取银行融资的企业家投资增加，但获取了银行融资的企业家投资下降，这也提供了利用 CBDC 利率实施"直达"的结构性货币政策的一种崭新可能。**不过，扩展模型也意味着付息的 CBDC 和现金并不总能共存，因此，总体上负利率政策在 CBDC 全面取代现金的情况下更为可行。另外，在基准模型和扩展模型中，都能清楚地显示传统的货币政策工具，比如改变法定准备金率，对于模型的实体经济变量和金融变量的影响。

关于 CBDC 的研究是个崭新的前沿领域。考虑到现实世界中90%的央行都在进行 CBDC 的研发甚至已试点和正式发行，有许多问题亟需研究。关于 CBDC 的研究，既需要基于宏观金融和货币经济学共性的前瞻性理论研究，也需要基于特定国家的国别研究或者基于 CBDC 特定领域（如隐私设计）的深度研究。本文的研究，虽在建模上受到中国数字人民币设计的启发，但总体上属于前瞻性理论研究。立足中国国情，过去两三年来人行已在全国多个城市密集进行了多场景、多领域、线上和线下等各种数字人民币试点，但是严肃深入的学术研究还是不多。肖筱林等（2022）指出了数字人民币未来的研究方向，包括消费者视角的最优设计，双层运营体制下商业银行跟移动支付平台之间的竞争，隐私设计及对消费者和企业纳税的影响，以及在跨境交易中的使用分析，等等。这些都是今后特别值得推进的研究方向，也是笔者正在进行或未来要做的研究。

参考文献

[1] Andolfatto, D. (2018), "Assessing the Impact of Central Bank Digital Currency on Private Banks", working paper 2018-026B, Federal Reserve Bank of St. Louis.

[2] Abadi, J. and M. Brunnermeier (2018), "Blockchain economics," mimeo, Princeton University.

[3] Berentsen, A., G. Camera and C. Waller (2007), "Money, Credit and Banking", Journal of Economic Theory 135(1), 171-195.

[4] Chiu, J., M. Davoodalhosseini, J. Jiang and Y. Zhu (2021), "Bank Market Power and Central Bank Digital Currency: Theory and Quantitative Assessment", mimeo.

[5] Diamond, D. and P. Dyvbig (1983), "Bank Runs, Deposit Insurance, and Liquidity", Journal of Political Economy, 91(3), 401-419.
[6] Dong, M. and S. X. Xiao (2022), "Idle Liquidity, CBDC and Banking", SSRN working paper.
[7] Dong, F., Z. Xu, and Y. Zhang (2019), "Bubbly Bicoin", mimeo.
[8] Dong, F. and Y. Wen (2017), "Optimal Monetary Policy under Negative Interest Rate", working paper 2017-019A, Federal Reserve Bank of St. Louis.
[9] De Groot, O. and A. Haas (2018), "The Signalling Channel of Negative Interest Rates", mimeo.
[10] He, P., L. Huang and R. Wright (2008), "Money, Banking and Monetary Policy", Journal of Monetary Economics 55, 1013-1024
[11] Keister, T. and D. Sanches D. (2021), "Should Central Bank Issue Digital Currency", mimeo.
[12] Kosse, A. and I. Mattei (2022), "Gaining Momentum - Results of the 2021 BIS Survey on Central Bank Digital Currencies", BIS Papers NO. 125.
[13] 马长宙、董博文、刘晓蕾和肖筱林（2022），《利率走廊下的央行数字货币研究》，工作论文。
[14] Rocheteau, G., R. Wright and S. X. Xiao (2018a). "Open market operations", Journal of Monetary Economics 98, 114-128
[15] Rocheteau, G., R. Wright and C. Zhang (2018b), "Corporate Finance and Monetary Policy", American Economic Review 108(4-5), 1147-1186
[16] Schilling, L. and H. Uhlig (2018), "Some Simple Bitcoin Economics," National Bureau of Economic Research, working paper.
[17] 肖筱林、黄益平和龚六堂 (2022), 《数字货币研究综述及其启示》，工作论文。
[18] 徐忠、姚前，2016：《数字票据交易平台初步方案》，《中国金融》第 17 期，“央行数字货币研究与探讨”专题文章。
[19] 姚前（2016），《中国法定数字货币原型构想》，《中国金融》第 17 期，“央行数字货币研究与探讨”专题文章。
[20] 姚前（2018），《数字货币初探》，中国金融出版社。
[21] 姚前（2019），《法定数字货币的经济效应分析：理论与实证》， 《国际金融研究》第 1 期。
[22] 姚前、李连三（2016），《大数据分析在数字货币中的应用》，《中国金融》第 17 期，“央行数字货币研究与探讨”专题文章。
[23] 中国人民银行数字货币研究项目组（2016）：《法定数字货币的中国之路》，《中国金融》第 17 期，“央行数字货币研究与探讨”专题文章。
[24] 中国人民银行数字人民币研发工作组（2021）， 《中国数字人民币的研发进展白皮书》，人行官网。

The Impact of Issuing Central Bank Digital Currency on Banks

Sylvia Xiaolin XIAO*

Abstract: This paper build models with an interest-bearing central bank digital currency (CBDC) to investigate the impact of issuing CBDC on banking and macroeconomy. When CBDC is the only asset, it is feasible to conduct the negative-interest-rate policy, and a higher CBDC interest rate does not necessarily lead to financial disintermediation. It tends to promote bank lending and investment because CBDC and bank deposits are complements. In the extension, cash and interest-bearing CBDC can coexist when the reserve constraint is binding. The results suggest that the design of CBDC and banking matters for understanding how CBDC affects the macroeconomy.

Key Words: CBDC, Banks, Monetary Policy

JEL Classfication: E42, E50, E58

* **Corresponding author:** Department of Applied Economics, Guanghua School of Management, Peking University, 100871; Tel: 86-10-62747616; Email: sylvia.xiao@gsm.pku.edu.cn. I appreciate Mei Dong's contribution and suggestions for this paper, and thank 2019 CFTRC, 2019 WAMS, Midwest Macro Meetings Fall 2019, IFTW at NAU, 4th Annual Conference of IDF at PKU, 2019 CWEC, 2019 AMES, and seminars of UC - Irvine, ANU, NUS and Tsinghua Uni. for helpful comments, and acknowledges financial support from the National Natural Science Foundation of China (No.: 72073006).

附录

（一）引理 1 的证明

我们考虑以下两种情况：

(a) $d \leq \hat{z}_c$ 收紧

当$d = \hat{z}_c$时，我们可以从r_d的一阶条件中得到，

$$\gamma d[\phi - r_d d] = (1-\gamma)(r_d d)\left(d - \frac{\partial \phi}{\partial r_d}\right). \tag{27}$$

注意r_d 并不影响贷款市场中的ϕ（包括上述全部4种情况）。因此，我们得到（14），即$r_d d = \gamma\phi$。

(b) $d \leq \hat{z}_c$ 未收紧

当$d < \hat{z}_c$，加上 $\partial\phi/\partial r_d = 0$总是成立，可以求解出$r_d$的一阶条件跟(27)相同，因此，$r_d d = \gamma\phi$依然成立。接着，求解$d$的一阶条件，

$$\gamma(\phi - r_d d) + (1-\gamma)d\left(\frac{\partial\phi}{\partial d} - r_d\right) = 0. \tag{28}$$

从贷款市场的解可以看出，d不影响第1和第2情况下的ϕ，因此上述(28) 得出跟(14) 一样的结果，除了$d < \hat{z}_c$。然而两个相同的一阶条件，也意味着r_d 和 d在第1和第2种情况下是无法真正确定的。 在第3和第4种情况下，d确实影响ϕ。在第3种情况下，

$$\frac{\partial\phi}{\partial d} = \theta[f'(k_b) - 1]\frac{\partial k_b}{\partial d} = \theta\delta[f'(k_b) - 1] > 0.$$

此时，我们可以看出，因为$r_d d = \gamma\phi$，(28)式的左边变成正的。这意味着最优选择是$d \to \hat{z}_c$，因为更大的d能增加贷款市场的ϕ。在第4种情况下，

$$\frac{\partial\phi}{\partial d} = [\chi f'(k_b) - 1]\frac{\partial k_b}{\partial d} = \delta[\chi f'(k_b) - 1].$$

我们能够排除 $\chi f'(k_b) < 1$，因为它将导致$\partial\phi/\partial d < 0$， 意思是更多的存款导致更少的银行手续费收入，而这将导致$d \to 0$。于是，银行无法存活并进而在第二阶段发放贷款。 因此，我们应该有 $\partial\phi/\partial d = \delta[\chi f'(k_b) - 1] \geq 0$，以及等式(28)左边变为正或者0。当 $\chi f'(k_b) > 1$，我们有$\partial\phi/\partial d > 0$，并得到第3种情况下同样的结果，即 $d \to \hat{z}_c$，并得到跟$d \leq \hat{z}_c$ 收紧时同样的议价结果。 只有当 $\chi f'(k_b) = 1$时，d有内部解。

最后，总结(a)和(b)的分析，我们选择让$d = \hat{z}_c$，也并不失一般性。另外，r_d 满足 (14)。

（二）定理 1 的证明

GE I. $\lambda_1 = 0$，$\lambda_2 = 0$

由于$k_b = k^*$，再基于(9)，我们得到，

$$\frac{\partial\Delta_b(\hat{z}_c)}{\partial\hat{z}_c} = -\frac{\partial\phi}{\partial\hat{z}_c} = \theta\frac{\partial\Delta_z(\hat{z}_c)}{\partial\hat{z}_c}.$$

注意ϕ不受银行准备金的影响，因此，$\partial(r_d d)/\partial\hat{z}_c = 0$， 且等式 (3) 变成，

$$s_c = A[f'(k_u) - 1].$$

这里 $s_c \equiv (i - i_c)/(1 + i_c)$，$A \equiv 2n - 1 + \theta(1-n) > 0$。进一步来说，$s_c$ 是 i 和 i_c之间的差额，用来衡量持有CBDC的边际成本，且 $\partial s_c/\partial i_c = -(1+i)/(1+i_c)^2 <$

0。 很明显，央行可以设置$i_c < 0$，因为真正起作用的s_c这个“差额”，即每增加一单位CBDC 的持有所带来的边际成本。另外，由于$f''(k_u) < 0$， 我们很容易推导出$\partial k_u/\partial i_c > 0$。而且从$K = (1-n)k^* + (2n-1)k_u$，$L = (1-n)(k^* - k_u)$，我们也很容易得出，$\partial K/\partial i_c > 0$，$\partial L/\partial i_c < 0$。这意味着$i_c$上升使得$k_u$上升，总投资$K$上升，总贷款金额$L$下降。

至于ϕ，从$\partial \Delta_u(z_c)/\partial i_c > 0$ 可以得出，$\partial \phi/\partial i_c < 0$。 另外，存款利率满足，

$$r_d = \frac{\gamma\phi}{z_c} = \frac{\gamma\phi}{k_u}. \tag{29}$$

因此，可以推导出，

$$\frac{\partial r_d}{\partial i_c} = \frac{\gamma k_u \frac{\partial \phi}{\partial i_c} - \gamma\phi \frac{\partial k_u}{\partial i_c}}{k_u^2} < 0.$$

贷款利率$r_\ell = \phi/(k^* - k_u)$，因此，基于生产函数的凹性可得，

$$\frac{\partial r_\ell}{\partial i_c} = \frac{(k^* - k_u)\frac{\partial \phi}{\partial i_c} + \phi \frac{\partial k_u}{\partial i_c}}{(k^* - k_u)^2} < 0.$$

GE II. $\lambda_1 > 0$，$\lambda_2 = 0$

通过（10）和(11)，我们可以求解出(k_b, ϕ) 。另外，

$$\frac{\partial \Delta_b(\hat{z}_c)}{\partial \hat{z}_c} = [f'(k_b) - 1]\frac{\partial k_b}{\partial \hat{z}_c} - \frac{\partial \phi}{\partial \hat{z}_c}.$$

既然准备金约束并未收紧，企业家的资金持有并不影响ϕ（即银行所赚取的利润）。因此，$\partial(r_d d)/\partial \hat{z}_c = 0$，且(3) 变为，

$$s_c = (2n-1)[f'(k_u) - 1] + (1-n)[(1-\chi)f'(k_b)\Omega(k_b, k_u) - 1],$$

这里$dk_b/d\hat{z}_c \equiv \Omega(k_b, k_u) > 0$，且

$$\Omega(k_b, k_u) = \frac{(1-\theta)(1-\chi)f'(k_b) + \theta 1 - \chi f'(k_b)]f'(k_u)}{(1-\chi)f'(k_b)[1-\chi f'(k_b)] - f''(k_b)\{\theta\chi(1-\chi)f(k_b) - f(k_u)] + (1-\theta)(1-\chi)\phi\}}.$$

而且在这种均衡里，$\phi = \chi f(k_b) - k_b + \hat{z}_c$。

（三） 定理 2 的证明

GE III. $\lambda_1 = 0$，$\lambda_2 > 0$

通过(12)和(13)，我们可以求解出 (k_b, ϕ) ，而且，

$$\frac{\partial k_b}{\partial \hat{z}_c} = 1.$$

要特别注意的是，在上述结果里，虽然$d = \hat{z}_c$，但并未考虑d的改变带来的对k_b的影响。这是因为，d是由0类型企业家的决策决定的，因此跟1类型企业家的投资决策k_b没有关系。另外，在存款市场，0类型企业家如果存款，存款的额度会影响贷款市场上银行收取的手续费，即

$$\frac{\partial(r_d d)}{\partial d} = \gamma\frac{\partial \phi}{\partial d} = \gamma\theta\delta[f'(k_b) - 1].$$

利用上述结果，再基于(3)，$\hat{z}_c$的解可以写成

$$s_c = (n - B)[f'(k_u) - 1] + B[f'(k_b) - 1].$$

这里，$B \equiv (1-n)(1-\theta+\gamma\theta)$。

通过(12)，可以看出k_b 和 k_u 满足：

$$k_b = (1+\delta)k_u. \tag{30}$$

进而，我们可以求得：$\partial k_u/\partial i_c > 0$，$\partial k_b/\partial i_c > 0$，$\partial K/\partial i_c > 0$，以及$\partial L/\partial i_c =$

$\delta(1-n)\partial k_u/\partial i_c > 0$。至于$\phi$，我们有

$$\frac{\partial\phi}{\partial i_c} = \theta[f'(k_b)-1]\frac{\partial k_b}{\partial i_c} - \theta[f'(k_u)-1]\frac{\partial k_u}{\partial i_c}$$
$$\simeq (1+\delta)[f'(k_b-1] - [f'(k_u)-1] \lesseqgtr 0.$$

这里，$\simeq$代表二者正负号相同。因此，i_c上升可能导致ϕ上升或下降。存款利率通过(29)式显示，贷款利率则为

$$r_\ell = \frac{\phi}{k_b-k_u} = \frac{\phi}{\delta k_u}. \tag{31}$$

由此看到，$\partial r_d/\partial i_c$ 的符号跟$\partial r_\ell/\partial i_c$相同。 我们还注意到，如果$\partial\phi/\partial i_c < 0$，也有$\partial r_d/\partial i_c < 0$ 和 $\partial r_\ell/\partial i_c < 0$；如果 $\partial\phi/\partial i_c > 0$， $\partial r_d/\partial i_c$ 和 $\partial r_\ell/\partial i_c$ 则正负无法确定。

关于改变法定准备金率υ的影响，利用相关均衡条件，我们可以求得

$$\frac{\partial k_u}{\partial\upsilon} = -\frac{-k_u Bf''(k_b)}{\upsilon^2[(n-B)f''(k_u)+(1+\delta)Bf''(k_b)]} > 0$$
$$\frac{\partial k_b}{\partial\upsilon} = -\frac{k_u(n-B)f''(k_u)}{\upsilon^2[(n-B)f''(k_u)+(1+\delta)Bf''(k_b)]} < 0$$
$$\frac{\partial K}{\partial\upsilon} \simeq (1-n)(n-B)f''(k_u) - (2n-1)Bf''(k_b) \lesseqgtr 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial\upsilon} = (1-n)\left[\frac{\partial k_b}{\partial\upsilon} - \frac{\partial k_u}{\partial\upsilon}\right] < 0$$
$$\frac{\partial\phi}{\partial\upsilon} = \theta[f'(k_b)-1]\frac{\partial k_b}{\partial\upsilon} - \theta[f'(k_u)-1]\frac{\partial k_u}{\partial\upsilon} < 0$$
$$\frac{\partial r_d}{\partial\upsilon} < 0, \text{因为} r_d = \frac{\gamma\phi}{k_u}$$
$$\frac{\partial r_\ell}{\partial\upsilon} \simeq (n-B)k_u f''(k_u)[\delta k_u f'(k_b) + f(k_u) - f(k_b)]$$
$$+ Bk_u f''(k_b)[\delta k_u f'(k_u) + f(k_u) - f(k_b)] \lesseqgtr 0.$$

（四）定理 3 的证明

GE IV. $\lambda_1 > 0$，$\lambda_2 > 0$

通过 (11)和(12)，可以求解出 (k_b,ϕ)。尤其根据(12)，类似地，$\partial k_b/\partial\hat{z}_c = 1$。在存款市场，$\hat{z}_c$的边际价值取决于存款的额度如何影响$\phi$，

$$\frac{\partial(r_d d)}{\partial d} = \gamma\frac{\partial\phi}{\partial d} = \gamma\chi f'(k_b).$$

利用上述结果，再通过(3)式，$\hat{z}_c$ 的解可以通过下式求出：

$$s_c = (2n-1)[f'(k_u)-1] + (1-n)[(1-\chi+\gamma\chi)f'(k_b)-1].$$

同样，由于(12)约束收紧，k_u 和 k_b 满足$k_b = (1+\delta)k_u$。

在当前的均衡里，i_c上升使得差额 s_c 变小，从而要求 k_u上升以满足一阶条件。因此，我们可以推导出 $\partial k_u/\partial i_c > 0$，$\partial k_b/\partial i_c > 0$，$\partial K/\partial i_c > 0$，以及$\partial L/\partial i_c = \delta(1-n)\partial k_u/\partial i_c > 0$。进一步来说，我们有

$$\frac{\partial\phi}{\partial i_c} = \{(1+\delta)[\chi f'(k_b)-1]+1\}\frac{\partial k_u}{\partial i_c} > 0.$$

这里我们用到$\chi f'(k_b) - 1 > 0$，不然无法保证存款合同解中有$\partial\phi/\partial d \geq 0$。

我们也可以分析i_c改变如何影响存款和贷款合同。在存款市场，通过(29)显示的存款利率，我们有，

$$\frac{\partial r_d}{\partial i_c} = \frac{\gamma k_u\frac{\partial\phi}{\partial i_c} - \gamma\phi\frac{\partial k_u}{\partial i_c}}{k_u^2}.$$

贷款利率通过(31)显示，从而有$\partial r_\ell/\partial k_u \simeq \partial r_d/\partial i_c \lesseqgtr 0$。

关于改变法定准备金率υ的影响，利用相关均衡条件，我们得到，

$$\frac{\partial k_u}{\partial \upsilon}=\frac{(1-n)(1-\chi+\gamma\chi)k_u f''(k_b)}{\upsilon^2[(2n-1)f''(k_u)+(1+\delta)(1-n)(1-\chi+\gamma\chi)f''(k_b)]}>0$$

$$\frac{\partial k_b}{\partial \upsilon}=\frac{(2n-1)k_u f''(k_u)}{\upsilon^2[(2n-1)f''(k_u)+(1+\delta)(1-n)(1-\chi+\gamma\chi)f''(k_b)]}<0$$

$$\frac{\partial K}{\partial \upsilon}\simeq f''(k_u)-(1-\chi+\gamma\chi)f''(k_b)\lesseqgtr 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \upsilon}=(1-n)\left[\frac{\partial k_b}{\partial \upsilon}-\frac{\partial k_u}{\partial \upsilon}\right]<0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \upsilon}\simeq \chi f'(k_b)\frac{\partial k_b}{\partial \upsilon}-\delta\frac{\partial k_u}{\partial \upsilon}<0$$

$$\frac{\partial r_d}{\partial \upsilon}\cong -(2n-1)f''(k_u)[\chi f'(k_b)-1]-(1+\delta)(1-n)(1-\chi+\gamma\chi)f''(k_b)\left[\chi\frac{f(k_b)}{k_b}-1\right]<0$$

$$\frac{\partial r_\ell}{\partial \upsilon}>0.$$

这里我们用到了$r_\ell=\chi(1+1/\delta)f(k_b)/k_b-1$，由于$f(k_b)/k_b>f'(k_b)>1/\chi$，所以$\partial r_\ell/\partial \upsilon>0$。

（五）扩展模型 GE III 中改变法定准备金率的政策效果

对于改变法定准备金率υ的影响，利用相关均衡条件，可以证明，

$$\frac{\partial k_u}{\partial \upsilon}=-\frac{(1-n)(1-\theta)[f'(k_b)-1]f''(k_b)}{\delta\upsilon^2 Af''(k_u)f''(k_b)}>0$$

$$\frac{\partial k_b}{\partial \upsilon}=\frac{A[f'(k_b)-1]f''(k_u)}{\delta\upsilon^2 Af''(k_u)f''(k_b)}<0$$

$$\frac{\partial \hat{z}_m}{\partial \upsilon}\cong [f'(k_b)-1][Af''(k_u)-(1-n)(1-\theta)f''(k_b)]-A(k_b-k_u)f''(k_b)f''(k_u)\lesseqgtr 0$$

$$\frac{\partial \hat{z}_c}{\partial \upsilon}\cong -[f'(k_b)-1][Af''(k_u)-(1+\delta)(1-n)(1-\theta)f''(k_b)]+A(k_b-k_u)f''(k_b)f''(k_u)\lesseqgtr 0$$

$$\frac{\partial K}{\partial \upsilon}\cong Af''(k_u)-(2n-1)(1-\theta)f''(k_b)\lesseqgtr 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \upsilon}=(1-n)\left[\frac{\partial k_b}{\partial \upsilon}-\frac{\partial k_u}{\partial \upsilon}\right]<0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \upsilon}=\theta[f'(k_b)-1]\frac{\partial k_b}{\partial \upsilon}-\theta[f'(k_u)-1]\frac{\partial k_u}{\partial \upsilon}<0.$$

（六）扩展模型GE IV中改变法定准备金率的政策效果

对于改变法定准备金率υ的影响，利用相关均衡条件，可以证明，

$$\frac{\partial k_u}{\partial \upsilon}=-\frac{\gamma(1-n)(1-\chi)[\chi f'(k_b)-1]f''(k_b)}{\delta\chi\upsilon^2(2n-1)f''(k_u)f''(k_b)}>0$$

$$\frac{\partial k_b}{\partial \upsilon}=\frac{\gamma(2n-1)[\chi f'(k_b)-1]f''(k_u)}{\delta\chi\upsilon^2(2n-1)f''(k_u)f''(k_b)}<0$$

$$\frac{\partial \hat{z}_m}{\partial \upsilon} \cong \gamma[\chi f'(k_b) - 1][(2n-1)f''(k_u) - (1-n)(1-\chi)f''(k_b)] - \chi(2n-1)(k_b - k_u)f''(k_b)f''(k_u) \lesseqgtr 0$$

$$\frac{\partial \hat{z}_c}{\partial \upsilon} \cong -\gamma[\chi f'(k_b) - 1][(2n-1)f''(k_u) - (1+\delta)(1-n)(1-\chi)f''(k_b)] - \chi(2n - 1)(k_b - k_u)f''(k_b)f''(k_u) \lesseqgtr 0$$

$$\frac{\partial K}{\partial \upsilon} \cong f''(k_u) - (1-\chi)f''(k_b) \lesseqgtr 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \upsilon} = (1-n)\left[\frac{\partial k_b}{\partial \upsilon} - \frac{\partial k_u}{\partial \upsilon}\right] < 0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \upsilon} = (2n-1)[\chi f'(k_b) - 1]f''(k_u) - (1-n)(1-\chi)f''(k_b) \lesseqgtr 0.$$